

ЛИНЕАРНО ПРОГРАМИРАЊЕ

ДУАЛЕН МОДЕЛ

ДУАЛЕН МОДЕЛ

Нека е зададен следниот модел од линеарно програмирање:

$$\begin{array}{l}
 y_1 \quad \frac{3}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2 \geq 100 \\
 y_2 \quad \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \geq 150 \\
 y_3 \quad \frac{1}{4}x_1 + \frac{3}{4}x_2 \geq 100 \\
 \hline
 \min F(x) = 25x_1 + 50x_2
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{дуален модел}}
 \begin{array}{l}
 \frac{3}{4}y_1 + \frac{1}{2}y_2 + \frac{1}{4}y_3 \leq 25 \\
 \frac{1}{4}y_1 + \frac{1}{2}y_2 + \frac{3}{4}y_3 \leq 50 \\
 \max \phi(y) = 100y_1 + 150y_2 + 100y_3 \\
 \downarrow \\
 \frac{3}{4}y_1 + \frac{1}{2}y_2 + \frac{1}{4}y_3 + y_4 = 25 \\
 \frac{1}{4}y_1 + \frac{1}{2}y_2 + \frac{3}{4}y_3 + y_5 = 50 \\
 \hline
 \max \phi(y) = 100y_1 + 150y_2 + 100y_3 + 0y_4 + 0y_5
 \end{array}$$

ДУАЛЕН МОДЕЛ

Симплекс табела на дуалниот модел на задачата од линеарно програмирање:

C	B	X ₀	100	150	100	0	0	$\frac{y_{B0}}$
			y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₂
0	y ₄	25	3/4	1/2	1/4	1	0	50
0	y ₅	50	1/4	1/2	3/4	0	1	100
Z _K		0	0	0	0	0	0	
C _K -Z _K			100	150	100	0	0	

ДУАЛЕН МОДЕЛ

C	B	X ₀	100	150	100	0	0	$\frac{y_{B1}}$
			y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₃
150	y ₂	50	3/2	1	1/2	2	0	100
0	y ₅	25	-1/2	0	1/2	-1	1	50
Z _K		7500	225	150	75	300	0	
C _K -Z _K			-125	0	25	-300	0	

ДУАЛЕН МОДЕЛ

C	B	X ₀	100	150	100	0	0	y _{B1}
			y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	
150	y ₂	25	2	1	0	3	-1	
100	y ₃	50	-1	0	1	-2	2	
Z _K		8750	200	150	100	250	50	
C _K -Z _K			-100	0	0	-250	-50	

Според добиените резултати решението е оптимално. Одовде се добива:

$$y_1 = 0; y_2 = 25; y_3 = 50 \quad \phi(y) = 8750$$

Од аспект на поставената задача решението претставено преку y_1 , y_2 и y_3 за корисникот е неупотребливо.

ДУАЛЕН МОДЕЛ

Врска помеѓу решението на дуалниот модел и првичниот модел:
Вредноста на бараните променливи од моделот во презентираниот модел се:

$$x_1 = -(c_4 - z_4); x_2 = -(c_5 - z_5) \quad \min F(x) = \max \phi(y)$$

Па според претходното се добива:

$$x_1 = 250; x_2 = 50 \quad F(x) = 8750$$

Генерално релациите за променливите помеѓу првичниот и дуалниот модел се:

Ако во првичниот модел критериумит на функцијата е \min важи:

$$x_i = -(c_k - z_k) \quad \min F(x) = \max \phi(y)$$

односно ако во првичниот модел критериумот е \max важи:

$$x_i = c_k - z_k \quad \max F(x) = \min \phi(y)$$

каде што x_i се променливите што се значајни за изворниот модел редоследно за $i=1, 2, \dots, n$; а со k се означени индексите на израмнувачите променливи респективно како што се додавани.

ДУАЛЕН МОДЕЛ

Што претставува дуален модел на дуалниот модел:

$$\begin{array}{rcl}
 x_1 & \frac{3}{4}y_1 + \frac{1}{2}y_2 + \frac{1}{4}y_3 \leq 25 & \\
 x_2 & \frac{1}{4}y_1 + \frac{1}{2}y_2 + \frac{3}{4}y_3 \leq 50 & \\
 \hline
 & \max \phi(y) = 100y_1 + 150y_2 + 100y_3 & \\
 & \xrightarrow{\text{дуален модел}} & \\
 & & \frac{3}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2 \geq 100 \\
 & & \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \geq 150 \\
 & & \frac{1}{4}x_1 + \frac{3}{4}x_2 \geq 100 \\
 & & \hline
 & & \min F(x) = 25x_1 + 50x_2
 \end{array}$$

Одговор: Дуален модел на дуален модел е првичниот модел.

Примена: Дуалниот модел се применува во случаи кога тој обезбедува поедноставување на моделот заради негово поедноставно решавање.

Конверзија ограничувања: $\leq \rightarrow \geq$; $\geq \rightarrow \leq$; $= u \geq \rightarrow \leq$; $= u \leq \rightarrow \geq$
 функција на критериум: $\min \rightarrow \max$; $\max \rightarrow \min$