ТРАНСПОРТНА МЕТОДА

ВОВЕДНИ РАЗГЛЕДУВАЊА

НЕКОИ ОД ПРОБЛЕМИТЕ ШТО СЕ РЕШАВААТ СО ТРАНСПОРТНАТА МЕТОДА

- смалување на трошоците за транспорт,
- превоз за да времето од една до друга операција е минимално,
- минимизирање на вкупното време на транспорт,
- минимизирање на изминатите километри.

МОДЕЛ НА ТРАНСПОРТНИОТ ПРОБЛЕМ

Нека се $A_1, A_2, \dots, A_m$ места од кои се превезува определена стока, а $B_1, B_2, \dots, B_n$ места во кои доаѓа стоката. Честопати за A_i (i=1, 2, … , m) се вели дека се места на производство (понекогаш и како изворишта), а за B_j (j=1, 2, … , n) места на потошувачка (понекогаш и како дестинации).
Изборот на термините е зависен од прородата на проблемот.
Независно пак од проблемот векторот $\overrightarrow{A_iB_j}$ укажува на насоката од A_i кон B_j.
Нека со $q_{A1}, q_{A2}, \dots, q_{Am}$ ги означиме количините на стока што се превезуваат од $A_1, A_2, \dots, A_m$ а $q_{B1}, q_{B2}, \dots, q_{Bn}$ количините на стока што се допремуваат во местата $B_1, B_2, \dots, B_n$.

Места на производство со количини на стоката	Места на потрошувачката со количини на стоката
$A_1(q_{A1})$	$B_1(q_{B2})$
$A_2(q_{A2})$	$B_2(q_{B2})$
•••	•••
$A_n(q_{Am})$	$B_n(q_{Bn})$

При услов:

$$\sum_{i=1}^{m} q_{Ai} = \sum_{j=1}^{n} q_{Bj}$$

МОДЕЛ НА ТРАНСПОРТНИОТ ПРОБЛЕМ

Равенката $\sum_{i=1}^{m} q_{Ai} = \sum_{j=1}^{n} q_{Bj}$ значи дека стоката упатена од местото A_i (i=1, 2, … , m) примена е во местата B_j (j=1, 2, … , n).
Во пракса пак се случуваат случаи кога е:

$$\sum_{i=1}^{m} q_{Ai} \neq \sum_{j=1}^{n} q_{Bj}$$

Решението на овој проблрм е со дефинирање на фиктивно место на страната на извориштето (А) односно дестинацијата (В).
Ако важи:

$$\sum_{i=1}^{m} q_{Ai} > \sum_{j=1}^{n} q_{Bj}$$ тогаш се определува место B_{n+1} со колочина:

$$\left(\sum_{i=1}^{m} q_{Ai} - \sum_{j=1}^{n} q_{Bj}\right) = q_{Bn+1}$$

Ваквиот пристап ќе обезбеди еднаквост која е потребна поради решавање на самиот проблем.

МОДЕЛ НА ТРАНСПОРТНИОТ ПРОБЛЕМ

Ако пак важи:

$\sum_{i=1}^{m} q_{Ai} < \sum_{j=1}^{n} q_{Bj}$ тогаш се определува место A_{m+1} со колочина:

$$\left(\sum_{j=1}^{n} q_{Bj} - \sum_{i=1}^{m} q_{Ai}\right) = q_{Am+1}$$

Исто така овој пристап за ваков слушај ќе обезбеди еднаквост која е потребна за решавање на самиот проблем.
Овие изеднашувања на испратените и примените количини на стока се потребни поради решението на самиот проблем, а не влијаат на оптималноста во задачите.

Ако е можно испраќање на стока од било кое место A_i во било кое место B_j со познати цени за превоз на стоката по единица производ (тежина, парчиња итн.) тогаш може да се формира дводимензионална табела.

МОДЕЛ НА ТРАНСПОРТНИОТ ПРОБЛЕМ

B / A	B_1	B_2	…	B_n
A_1	C_{11}	C_{12}	…	C_{1n}
A_2	C_{21}	C_{22}	…	C_{2n}
…	…	…	…	…
A_m	C_{m1}	C_{m2}	…	C_{nn}

Ваквата претстава дава јасна слика на превозните цени од A_i до B_j.
c_{ij} - се нарекуваат коефициенти на критериумот.

Ако со X_{ij} ја означиме количината што се транспортира од A_i до B_j се изведуваат две групи на еднаквост.

МОДЕЛ НА ТРАНСПОРТНИОТ ПРОБЛЕМ

Прва група на еднаквости:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}+\ldots+x_{1n}=q_{A1}$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}+\ldots+x_{2n}=q_{A2}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x_{m1}+x_{m2}+x_{m3}+\ldots+x_{mn}=q_{Am}$$

или

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=\sum_{i=1}^{m}q_{Ai}$$

Втора група на еднаквости:

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+\ldots+x_{m1}=q_{B1}$$
$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+\ldots+x_{m2}=q_{B2}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x_{1n}+x_{2n}+x_{3n}+\ldots+x_{mn}=q_{Bn}$$

или

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}x_{ij}=\sum_{i=1}^{n}q_{Bj}$$

МОДЕЛ НА ТРАНСПОРТНИОТ ПРОБЛЕМ

Според претходните презентации дека секој транспортен проблем може да се доведе то:

$$\sum_{i=1}^{m}q_{Ai}=\sum_{j=1}^{n}q_{Aj}$$

важи:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}x_{ij}$$

Овој услов е потребна претпоставка за решавање на транспортниот проблем. Според претходното пак секој транспортен проблем можеме да го доведеме до оваа форма.
За оптимизирање пак на секој модел потребна ни е целна функција. Кај транспортниот проблем целна функција е минимизирање вкупните трошоци (изминити километри итн.) што може да се претстави со следниов израз:

$$\min T_r=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}$$

МОДЕЛ НА ТРАНСПОРТНИОТ ПРОБЛЕМ

Конечно презентираниот математички модел може да се претстави со следнава табела

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} q_{Ai}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{j=1}^{n} q_{Bj}$$

$$\sum_{i=1}^{m} q_{Ai} = \sum_{j=1}^{n} q_{Bj}$$

$$\min T_r = \min \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

B / A	B_1	B_2	…	B_n	Збир по редови q_{Ai}
A_1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	…	C_{1n} X_{1n}	q_{A1}
A_2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	…	C_{2n} X_{2n}	q_{A2}
…	…	…	…	…	…
A_m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	…	C_{mn} X_{mn}	q_{Am}
Збир по редови q_{Bj}	q_{B1}	q_{B2}	…	q_{Bm}	$Q=\sum q_{Ai}=\sum q_{Bj}$

ПРАВИЛО НА МИНИМАЛНИ ТРОШОЦИ

Нека A_1, A_2, A_3 и A_4 се центри на испорака, а B_1, B_2, B_3 и B_4 се центри на приемот. Нека C_{ij} се транспортни трошоци, а q_{A1}, q_{A2}, q_{A3} и q_{A4} се количини на стока кои се транспортираат, а aB_1, qB_2 и qB_3 се количини кои се примаат. Во привиот чекор се врши избор

$$c_{pq} = \min_{i,j}\{c_{ij}\}$$

При што соодветната количина X_{pq} се упатува од A_p и B_q и тоа минимална или по побарувачка или по испорака. Ако количината е искористена по колона, тогаш разликата qA_k-X_{Ks} се упатува во друго место B_j кое има помало C_{ij}. Со оваа постапка се доаѓа до едно решение кое не мора да биде оптимално, но се очекува да даде подобри резултати отколку некоја произволна распределба.

ПРАВИЛО НА МИНИМАЛНИ ТРОШОЦИ

Пример: Нека од местата A_i се праќа во местото B_j по транспортни цени кои се дадени со матрицата C:

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 6 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Капациет на испорака од местото A_i: $A_1 = 20, \quad A_2 = 50, \quad A_3 = 30$

Капациет на примање на местото B_j: $B_1 = 10, \quad B_2 = 40, \quad A_3 = 20, \quad A_4 = 30$

Од 20+50+30=10+40+20+30 очигледно е задоволен условот:

$$\sum_i q_{A_i} = \sum_j q_{B_j}$$

ПРАВИЛО НА МИНИМАЛНИ ТРОШОЦИ

Нека распределбата на количините што се транспортираат е претставена во следнава шема:

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 6 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	$A_1(20)$
X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	$A_1(40)$
X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	$A_1(40)$
$B_1(10)$	$B_2(40)$	$B_3(20)$	$B_4(30)$	Q=100

Според претходно опишаната методологија може распределбата да се започне со C13, C_{22} и C_{34}. Практично треба да се почне од онаа точка која во колоната има повисоки цени за транспорт на единица мерка, а тоа е C_{34}.

	10	10		20
10	30			40
		10	30	40
10	40	20	30	

Транспортните трошоци за оваа распределба се:

$$Z = 10\cdot 2 + 10\cdot 1 + 10\cdot 2 + 30\cdot 1 + 10\cdot 2 + 30\cdot 1 = 130$$

ПРАВИЛО НА МИНИМАЛНИ ТРОШОЦИ

Нека го земеме произволниот распоред:

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1				20	20
A_2	10		20	10	40
A_3		40			40
	10	40	20	30	

Транспортните трошоци за оваа распределба се:

$$Z = 20\cdot 5 + 10\cdot 2 + 20\cdot 3 + 10\cdot 4 + 40\cdot 2 = 300$$

Можностите за смалување на транспортните трошоци укажуваат на полезноста од примена на вакви методи.

МЕТОДИ НА ПОЧЕТНИ РЕШЕНИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ НА ЗАДАЧАТА

Почетното решение може да се најде на три начини:

1. Дијагонален метод,
2. Метод на единечни коефициенти и
3. Метод на максимални разлики.

1. Дијагоналниот метод тргнува од задоволување најпрво на местото B_1 од A_1, па понатаму до точката A_m->B_n. Овој редослед на пополнување за задржува тенденцијата на правецот на главната дијагонала, па и моделот на определување на почетното решение го добил името **дијагонален метод**.

2. Со помош на методот на единечни трошоци почетното решение се добива со избор на min{C_{ij}} па пополнувањето на количините започнува од овој елемент. Понатамошната постапка е опишана претходно.

3. Почетното речение според методот **најголема разлика** со изборот на редицата/колоната во која се јавуваат максимална разлика помеѓу двата најмали коефициенти.

ПОЧЕТНИ РЕШЕНИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ НА ЗАДАЧАТА

Нека го земеме следниот пример:

$A_1 = 80, \quad A_2 = 120, \quad A_3 = 50$

$B_1 = 40, \quad B_2 = 70, \quad B_3 = 30, \quad B_4 = 20, \quad B_5 = 90$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 7 & 2 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Почетно решение според дијагоналниот метод:

5 40	6 40	2	4	3	**80**
2	3 30	7 30	2 20	1 40	**120**
8	4	2	3	5 50	**50**
40	**70**	**30**	**20**	**90**	

ПОЧЕТНИ РЕШЕНИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ НА ЗАДАЧАТА

Почетно решение според методот на единечни коефициенти:

5 40	6 40	2	4	3	**80**
2	3 30	7 30	2 20	1 40	**120**
8	4	2	3	5 50	**50**
40	**70**	**30**	**20**	**90**	

При определувањето е тргнато од: $\min\{c_{ij}\} = c_{25} = 1$

ПОЧЕТНИ РЕШЕНИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ НА ЗАДАЧАТА

Почетно решение според методот на максимални разлики:

5	6 20	2 30	4 20	3 10	**80**
2 40	3	7	2	1 80	**120**
8	4 50	2	3	5	**50**
40	**70**	**30**	**20**	**90**	

ПОЧЕТНИ РЕШЕНИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ НА ЗАДАЧАТА

Конечно за почетно решение според методот на максимални разлики се добива:

5 40	6 40	2	4	3	**80**	$3-2=1$
2	3 30	7 30	2 20	1 40	**120**	$2-1=1$
8	4	2	3	5 50	**50**	$3-2=1$
40	**70**	**30**	**20**	**90**		
$5-2=3$	$4-3=2$	$2-2=0$	$3-2=1$	$3-1=2$		

Најголемата разлика се добива за 5-2=3 и таа се добива во првата колона. Според тоа започнуваме со пополнување на првата колона. Во оваа колона најмалиот коефициент е $C_{21}=2$ па се тргнува од оваа точка.

МОДЕЛ НА ТРАНПОРТЕН ПРОБЛЕМ

Нека земеме n пунктови Ai и m пунктови Bj со исто значење како и претходно. Пунктовите Ai располагаат со следната количина на стока:

$$q_{A1}, q_{A2}, q_{A3}, \cdots, q_{Ai}, \cdots, q_{An}$$

кои треба да се транспортираат во местата B_j, кои пак ја примаат следната количина стока:

$$q_{B1}, q_{B2}, q_{B3}, \cdots, q_{Bj}, \cdots, q_{Bm}$$

За условот $\sum_i q_{A1} = \sum_j q_{Bj}$ сметме дека важи бидејќи секогаш со

сметме дека важи бидејќи секогаш со додавање на A_{n+1} односно B_{m+1} ова може да се постигне.

Нека со X_{ij} ја означиме непознатата количина на стока која се транспортира од A_i во B_j. Тогаш производот $C_{ij}X_{ij}$ го дефинира транспортниот трошок за X_{ij} количината што се превезува од A_i во B_j. Од овде пак за вкупната количина Q транспортните трошоци се:

$$T_r = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

МОДЕЛ НА ТРАНПОРТЕН ПРОБЛЕМ

Решението подразбира определување на $x_{ij} \geq 0$ за да добиеме:

$$\min T_r = \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

под услов

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = q_{Bj}, \quad j = 1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = q_{Ai}, \quad i = 1,2,\ldots,m$$

со дадена матрица на трошоци

$$C = [c_{ij}], \quad \begin{matrix} i = 1,2,\ldots,n \\ j = 1,2,\ldots,m \end{matrix}$$

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

1. Ја формираме следнава дводимензионална табела:

c_{11}	c_{12}	c_{13}	$\dots$	c_{1m}	q_{A1}
c_{21}	c_{22}	c_{23}	$\dots$	c_{2m}	q_{A2}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
c_{n1}	c_{n2}	c_{n3}	$\dots$	c_{nm}	q_{A4}
q_{B1}	q_{B2}	q_{B3}	$\dots$	q_{Bm}	

2. Се определува почетно решение.

Почетното решение се определува според една од методите:

- дијагонален метод,
- метод на најмали коефициенти и
- метод на максимални разлики.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

Нека почетното решение го определиме според дијагоналниот метод и како пример ќе го користиме следниот проблем:

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	2	3	1	4	2	10
A_2	3	2	5	10	3	20
A_3	1	4	6	5	2	30
A_4	2	5	4	1	5	20
A_5	3	2	1	2	6	20
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	40	10	20	20	20	

Прво се поставува количина во A_{11} и тоа $min\{q_{A1}, q_{B1}\}=min\{10, 40\}=10$

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A1}=0$ а во $q_{B1}=30$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	3	2	5	10	3	20
A_3	1	4	6	5	2	30
A_4	2	5	4	1	5	20
A_5	3	2	1	2	6	20
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	30	10	20	20	20	

По ова ако се поместиме во десно треба да определиме количина за A_1-B_2 $min\{q_{A1}, q_{B2}\}=min\{0, 10\}$ што покажува дека единствено можеме да се поместиме надолу а не во десно т.е. треба да се определи количина за A_2-B_1 при што се добива $\min\{q_{A2}, q_{B1}\}=\min\{20, 30\}=20$ при што се добива $q_{A2}=10$ а $q_{B1}=0$.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A2}=10$ а во $q_{B2}=0$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	$3^{(20)}$	2	5	10	3	0
A_3	1	4	6	5	2	30
A_4	2	5	4	1	5	20
A_5	3	2	1	2	6	20
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	10	10	20	20	20	

Следна количина се додава надолу бидејќи во десно повторно $q_{A2}=0$. Поместувајќи се надолу треба да се определи количината за A_3-B_1 т.е. $\min\{q_{A1}, q_{B3}\}=\min\{30, 10\}=10$. По ова се добива следната табела.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A3}=20$ а во $q_{B1}=0$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	$3^{(20)}$	2	5	10	3	0
A_3	$1^{(10)}$	4	6	5	2	20
A_4	2	5	4	1	5	20
A_5	3	2	1	2	6	20
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	0	10	20	20	20	

Следен чекор е поместување во десно т.е. треба да се добие определи количина во A_3-B_2 т.е. min{q_{A3}, q_{B2}}=min{20, 10}=10 по што се добива следната табела.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A3}=10$ а во $q_{B2}=0$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	$3^{(20)}$	2	5	10	3	0
A_3	$1^{(10)}$	$4^{(10)}$	6	5	2	10
A_4	2	5	4	1	5	20
A_5	3	2	1	2	6	20
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	0	0	20	20	20	

Следен чекор е поместување во десно т.е. треба да се добие определи количина во A_3-B_3 т.е. min{q_{A3}, q_{B3}}=min{10, 20}=10 по што се добива следната табела.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A3}=0$ а во $q_{B3}=10$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	$3^{(20)}$	2	5	10	3	0
A_3	$1^{(10)}$	$4^{(10)}$	$6^{(10)}$	5	2	0
A_4	2	5	4	1	5	20
A_5	3	2	1	2	6	20
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	0	0	10	20	20	

Следен чекор е поместување во надолу и прделување на количината во A_4-B_3 т.е. $\min\{q_{A4}, q_{B3}\}=\min\{20, 10\}=10$ по што се добива следната табела.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A4}=10$ а во $q_{B3}=0$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	$3^{(20)}$	2	5	10	3	0
A_3	$1^{(10)}$	$4^{(10)}$	$6^{(10)}$	5	2	0
A_4	2	5	$4^{(10)}$	1	5	10
A_5	3	2	1	2	6	20
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	0	0	0	20	20	

Следен чекор е поместување во десно односно пополнување во A_4-B_4 т.е. $\min\{q_{A4}, q_{B4}\}=\min\{10, 20\}=10$ по што се добива следната табела:

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A4}=0$ а во $q_{B4}=10$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	$3^{(20)}$	2	5	10	3	0
A_3	$1^{(10)}$	$4^{(10)}$	$6^{(10)}$	5	2	0
A_4	2	5	$4^{(10)}$	$1^{(10)}$	5	0
A_5	3	2	1	2	6	20
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	0	0	0	10	20	

Следен чекор е поместување во надолу односно определување на количина во A_5-B_4 т.е. $\min\{a_{A5}, q_{B4}\}=\min\{20, 10\}=10$ по што се добива следната табела.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A5}=10$ а во $q_{B4}=0$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	$3^{(20)}$	2	5	10	3	0
A_3	$1^{(10)}$	$4^{(10)}$	$6^{(10)}$	5	2	0
A_4	2	5	$4^{(10)}$	$1^{(10)}$	5	0
A_5	3	2	1	$2^{(10)}$	6	10
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	0	0	0	0	20	

Следен чекор е поместување во десно и определување количина во A_5-B_5 т.е. $\min\{q_{A5}, q_{B5}\}=\min\{10, 20\}=10$ по што се добиба следната табале.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A5}=0$ а во $q_{B5}=10$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	$3^{(20)}$	2	5	10	3	0
A_3	$1^{(10)}$	$4^{(10)}$	$6^{(10)}$	5	2	0
A_4	2	5	$4^{(10)}$	$1^{(10)}$	5	0
A_5	3	2	1	$2^{(10)}$	$6^{(10)}$	0
A_6	4	10	5	6	2	10
∑	0	0	0	0	10	

Следен чекор е поместување во надолу односно пресметување на количината во A_6-B_5 т.е. min{10, 10}=10 по што се добива следната табела и се исцрпуваат сите количини. По ова конечни се добива почетното решение претставено на следната табела.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

По ова количината за распределба во $q_{A6}=0$ а во $q_{B5}=0$.

A\B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	∑
A_1	$2^{(10)}$	3	1	4	2	0
A_2	$3^{(20)}$	2	5	10	3	0
A_3	$1^{(10)}$	$4^{(10)}$	$6^{(10)}$	5	2	0
A_4	2	5	$4^{(10)}$	$1^{(10)}$	5	0
A_5	3	2	1	$2^{(10)}$	$6^{(10)}$	0
A_6	4	10	5	6	$2^{(10)}$	0
∑	0	0	0	0	0	

Ова решение претставува почетно решение.
За почетното речение вкупните транспортни трошоци се:
$T_r = 2 \cdot 10+3 \cdot 20+1 \cdot 10+4 \cdot 10+6 \cdot 10+4 \cdot 10+1 \cdot 10+2 \cdot 10+6 \cdot 10+2 \cdot 10=340$

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

Во методите за решавање голема примена нашл Маџарскиот метод, методот на Форд-Фулкерсон, методот на графови, методот на редиговани матрици. Во оваа прилика посебно внимание ќе посветиме на Вогеловите методи на помошни коефициенти.

A\B	B_1	B_2	B_3	∑
A_1	2 (5)	3(5)	4	10
A_2	1	5(15)	2	15
A_3	6	3(5)	1(5)	10
∑	5	25	5	

Вкупните транспортни трошоци во овој проблем се:
$T_r=2\cdot5+3\cdot5+5\cdot15+3\cdot5+1\cdot5=120$

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

Ако направиме друга распредеба како на сликата

A\B	B_1	B_2	B_3	∑
A_1	2 (5)	3(5)	4	10
A_2	1	5(10)	2(5)	15
A_3	6	3(10)	1	10
∑	5	25	5	

за вкупните транспортни трошоци во овој проблем се добива
$T_r=2\cdot5+3\cdot5+5\cdot10+2\cdot5+3\cdot10=115$

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

2. Нека тргнеме од дијагоналниот метод како почетно решение и нека коефициентите C_{ij} ги претставиме како збир на помошните коефициенти ri и kj за сите пунктови што содржат количина за транспорт претставени на сликата:

		k₁	k₂	k₃	
	A\B	B_1	B_2	B_3	∑
r_1	A_1	2 (5)	3(5)	4	10
r_2	A_2	1	5(15)	2	15
r_3	A_3	6	3(5)	1(5)	10
	∑	5	25	5	

T_r=10+15+75+15+5=120

При што се добива:

a. дека е $C_{ij}=r_i+k_j$ за сите пунктови што содржат количина за транспорт,

b. за сите останати важи:

$C_{ij}<r_i+k_j$ или

$C_{ij}>r_i+k_j$

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

•Од пополнетите пунктови т.е. за кои важи $X_{ij}>0$ се определуваат r_i и k_j.
•Потоа за сите пунктови за кои важи $X_{ij}=0$ се пресметува изразот $C_{ij}-(r_i+k_j)$.
•Ако е $C_{ij}-(r_i+k_j)>0$ тогаш со понатамошни трансформации не можат да се смалуваат трошоците; ако пак Cij-(ri+kj)<0 тогаш можат.
•Смалувањето на трошоците при Cij-(ri+kj)<0 се постигнува така што се избира најнегативната вредност и во неа се поставува количина.

		k₁	k₂	k₃	
	A\B	B_1	B_2	B_3	∑
r_1	A_1	2 (5)	3(5)	4	10
r_2	A_2	1	5(15)	2	15
r_3	A_3	6	3(5)	1(5)	10
	∑	5	25	5	

За r_1 ако земеме произволна вредност за другите добиваме:

$r_1+k_1=2$
$r_1+k_2=3$
$r_2+k_2=5$
$r_3+k_2=3$
$r_3+k_3=1$

$r_1=0$ $\quad k_1=2$
$r_2=2$ $\quad k_2=3$
$r_3=0$ $\quad k_3=1$

За да може да се употреби иваа постапка потребен и доволен услов е бројот на распределени кличини да е за еден помал од бројот на редови и колони m+n.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

		$k_1(2)$	$k_2(3)$	$k_3(1)$	
	A\B	B_1	B_2	B_3	∑
$r_1(0)$	A_1	2 (5)	3(5)	4	10
$r_2(2)$	A_2	1	5(15)	2	15
$r_3(0)$	A_3	6	3(5)	1(5)	10
	∑	5	25	5	

Во понатамошниот дел од постапката ги определуваме разликите:

$$C_{ij}-(r_i+k_j)$$

за пунктовите за кои важи $X_{ij}=0$, при што се добива:

$C_{13}-(r_1+k_3)=4-(0+1)=3$
$C_{21}-(r_1+k_1)=1-(2+2)=-3$
$C_{23}-(r_2+k_3)=2-(2+1)=-1$
$C_{31}-(r_3+k_1)=6-(0+2)=4$

Бидејќи овие разлики не се поголеми или еднакви на 0 следува решението не е оптимално. Следи дека во пунктот најнегативна вредност треба да се постави количина. Во случајот тоа е C_{21}.

Останува прашањето: “Која количина треба да се додаде?” како и “Како треба да се прераспределат количините за да не се нарушат условите во моделот?”

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

Таа прераспределба е претставена на сликата:

		$k_1(2)$	$k_2(3)$	$k_3(1)$	
	A\B	B_1	B_2	B_3	∑
$r_1(0)$	A_1	2 (5) -	3(5) +	4	10
$r_2(2)$	A_2	1 +	5(15) -	2	15
$r_3(0)$	A_3	6	3(5)	1(5)	10
	∑	5	25	5	

Количината што треба да ја додадеме е еднаква на минималната вредност од количините во пунктовите кадешто линијата се прекршува и има ознака “–” што е ознака за тоа дека ако сакаме да ја зачуваме рамнотежата на моделот кај “+” треба да се додава количина, а кај “–” треба да се одзема количина. Критични се пунктоците од кои се одзема количина бидејќи ако се одземи премноу истата ќе стане негативна што математички би значело дека толкава количина се враќа од дестинацијата B во извориштето A.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

За конкретниот случај q=min{5, 15}=5. Ова значи дека количина што се додава односно одзема е 5, според тоа се добива:

		k_1(-1)	k_2(3)	k_3(1)	
	A\B	B_1	B_2	B_3	∑
r_1(0)	A_1	2	3(10)	4	10
r_2(2)	A_2	1(5)	5(10)	2	15
r_3(0)	A_3	6	3(5)	1(5)	10
	∑	5	25	5	

Вториот чекор се повторува се додека не се добие оптимално решение.

$\underline{C_{ij}=r_i+k_j \text{ за } X_{ij}\neq 0}$

$3=r_1+k_2$ $\quad r_1=0 \quad k_1=-1$

$1=r_2+k_1$ $\quad r_2=2 \quad k_2=3$

$5=r_2+k_2$ $\quad r_3=0 \quad k_3=1$

$3=r_3+k_2$

$1=r_3+k_3$

$\underline{C_{ij}-(r_i+k_j) \text{ за } X_{ij}=0}$

$C_{11}-(r_1+k_1)=2-(0-1)=3$

$C_{13}-(r_1+k_3)=4-(0+1)=3$

$C_{23}-(r_2+k_3)=2-(2+1)=-1$

$C_{31}-(r_3+k_1)=6-(0-1)=7$

$T_r=30+5+50+15+5=105$
или
$T_r=T_{r0}+\Delta t\cdot 5=120-3\cdot 5=105$

Решението не е оптимално бидејќи $C_{23}<0$, според дефинираната постапка ставаме количина во C_{23}.

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

		k_1(-1)	k_2(3)	k_3(1)	
	A\B	B_1	B_2	B_3	∑
r_1(0)	A_1	2	3(10)	4	10
r_2(2)	A_2	1(5)	- 5(10)	+ 2	15
r_3(0)	A_3	6	+ 3(5)	- 1(5)	10
	∑	5	25	5	

min{5, 10}=5

Прераспоредувајќи ја количина од 5 единици се добива следната табела:

ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

		k_1(-1)	k_2 (3)	k_3 (0)	
	A\B	B_1	B_2	B_3	∑
r_1(0)	A_1	2	3(10)	4	10
r_2(2)	A_2	1(5)	5(5)	2(5)	15
r_3(0)	A_3	6	3(10)	1	10
	∑	5	25	5	

$C_{ij}=r_i+k_j$ за $X_{ij}\neq 0$

$3=r_1+k_2$	$r_1=0$	$k_1=-1$
$1=r_2+k_1$	$r_2=2$	$k_2=3$
$5=r_2+k_2$	$r_3=0$	$k_3=0$
$2=r_2+k_3$		
$3=r_3+k_2$		

$C_{ij}-(r_i+k_j)$ за $X_{ij}=0$

$C_{11}-(r_1+k_1)=2-(0-1)=3$

$C_{13}-(r_1+k_3)=4-(0+0)=3$

$C_{31}-(r_3+k_1)=6-(0-1)=7$

$C_{33}-(r_3+k_3)=1-(0+0)=1$

Според критериумот решението е оптимално, а за транспортните трошоци се добива:

$T_r=3\cdot 10+1\cdot 5+5\cdot 5+2\cdot 5+3\cdot 10=100$

или

$T_r=T_{r1}+\Delta t\cdot 5=105-1\cdot 5=100$

Оптималното решение е:

X11=0 X12=10 X13=0

X21=5 X22=5 X23=5

X31=0 X32=10 X33=0 при што вкупните трошоци се минимални и изнесуваат Tr=100