



КВАНТИТАТИВНИ МЕТОДИ ЗА ДЕЛОВНО ОДЛУЧУВАЊЕ ПРВ КОЛОКВИУМ

01.04.2008 година

1. Во претпријатието "ПП-МЛЕК" постојат 3 миксери на млеко со капацитет од 400, 1200 и 500 литри млеко. Од миксерите се снабдуваат 4 машини за пастеризирање на млеко. Машините за пастеризација на млекото се со капацитет 1000, 550, 490 и 960 литри млеко. Цената за доставување на млекото од секој од миксерите до секој од пастеризатор изразен во дени по литар е дадено во следната табела:

Миксери	Пастеризатори			
	Пастеризатор 1	Пастеризатор 2	Пастеризатор 3	Пастеризатор 4
Миксер 1	15	7	11	4
Миксер 2	6	4	12	8
Миксер 3	9	6	5	10

- Да се состави математичкиот модел на проблемот,
- Колку на кој миксер/пастеризатор не му е искористен капацитетот (во количина и во проценти)?
- Да се определи оптималната количина што треба да се достави од секој миксер до секој пастеризатор и колку се вкупните трошоци при таквата достава?
- Што треба да се направи за да се изедначи капацитетот на миксерите и пастеризаторите (од кои машини со кој капацитет треба да се набават)?

30 поени

2. Едно претпријатие располага со 4 стратегии за освојување на клиентите за користење на две групи на производи (четири различни реклами што треба да се емитуваат во медиумите). Примената на секоја од стратегиите има за ефект да привлече одреден број на клиенти. Бројот на привлечени клиенти по стратегија за секоја група на производи е дадена во табелата:

	Реклама 1	Реклама 2	Реклама 3	Реклама 4
Производи 1	3	3	2	2
Производи 2	1	1	1	0

При што претпријатието си поставило за задача да освои најмалку 50 клиенти за користење на првата група на производи и најмалку 14 клиенти за користење на втората група на производи. При емитувањето на секоја од рекламите претпријатието доделува велосипеди на двајца, тројца, еден и еден јавувач респективно што се јавиле после секоја реклама. Претпријатието на располагање има 35 велосипеди. Велосипедите не мора обавезно да се потрошат во рекламната кампања.

Ако цената за емитување во медиумите за секоја од рекламите е 60, 45, 40 и 50 респективно да се определат минималните трошоци што треба да се платат на медиумите за да се постигне саканиот ефект.

И за нецелобројното решение и за целобројното да се одговори на следните прашања:

- колку повеќе клиенти од минималниот предвиден број за првиот производ и колку повеќе во проценти би се обезбедиле,
- колку повеќе клиенти од минималниот предвиден број за вториот производ и колку повеќе во проценти би се обезбедиле,
- колку велосипеди останале и колкав процент помалку од тие што биле на располагање,
- колкави се трошоците за реклама.

За целобројното решение дополнително да се одговори и на:

- колкава е разликата на бројот на реклами од нецелобројното решение (во износ и во процент),
- колкава е разликата на бројот на клиенти по производ во однос на нецелобројното решение (во износ и во процент),
- колкава е разликата на доделени велосипеди (ви износ и во процент),
- колкави е разликата на трошоците за реклама (во износ и во процент).

Напомена: При барање на целобројно решение земете променливата X_1 како променлива која влегува во базата на местото на U_1 .

50 поени (35 за нецелобројно решение/15 за целобројно решение)

Сите добиени резултати да се коментираат. Во спротивно задачата нема да се прифати како точна.

1.

10

M \ P	P1	P2	P3	P4	Σ
M1	5	7	11	4	400
M2	6	4	12	8	1200
M3	9	6	5	10	500
Σ	1000	550	490	960	2100 3000

		$2k_1$	$0k_2$	k_3	$4k_4$	
M \ P	P1	P2	P3	P4	Σ	
$v_1=0$ M1	5	7	11	4	400	$7-4=3$
$v_2=4$ M2	1000	560	1200	8	560	$6-4=2$
$v_3=6$ M3	9	110	490	5	500	$6-5=1$ $10-6-4$
$v_4=2$ M4	900	0	0	0	900	$0-0=0$
Σ	1000	550	490	960	3000	

$6-0=6$ $6-4=2$ $5-0=5$ $6-0=6$
 $9-6=3$ $6-4=2$ $11-5=6$ $8-0=8$
 $10-8=2$

$$F(x) = 1 \cdot 400 + 6 \cdot 1000 + 4 \cdot 560 + 8 \cdot 560 + 6 \cdot 10 + 5 \cdot 490 + 0 \cdot 900 = \underline{11350}$$

$$c_{ij} = v_i + k_j; \quad x_{ij} \neq 0$$

$$d_{ij} = c_{ij} - (v_i + k_j)$$

$$u \quad v_2 + k_4 = 4 \quad \checkmark$$

$$u \quad v_2 + k_1 = 6 \quad \checkmark$$

$$u \quad v_2 + k_2 = 4 \quad \checkmark$$

$$u \quad v_2 + k_4 = 8 \quad \checkmark$$

$$u \quad v_3 + k_2 = 6 \quad \checkmark$$

$$u \quad v_3 + k_3 = 5 \quad \checkmark$$

$$u \quad v_4 + k_1 = 0$$

$$v_1 = 0$$

$$v_2 = 4$$

$$v_3 = 6$$

$$v_4 = 2$$

$$k_1 = 2$$

$$k_2 = 0$$

$$k_3 = -1$$

$$k_4 = 4$$

$$d_{11} = 15 - 2 = 13$$

$$d_{12} = 7$$

$$d_{13} = 6$$

$$d_{14} = 9$$

$$d_{21} = 1$$

$$d_{22} = 0$$

$$d_{23} = 2$$

$$d_{24} = 3$$

$$d_{31} = 2$$

	1 + 2 + 3 + 4 + 5	2 + 3	1 + 3	4 + 5
$P \backslash P$	P_1	P_2	P_3	P_4
$M \backslash M$				
M_1	15	9	11	400
M_2	660	540	12	0
M_3	9	10	6	490
M_4	340	0	0	560

$$f_{2x} = 11350 - 2 \cdot 560 = 10230$$

$$u \quad f_1 + k_1 = 4 \checkmark$$

$$u \quad f_2 + k_1 = 6 \checkmark$$

$$u \quad f_2 + k_2 = 4 \checkmark$$

$$u \quad f_3 + k_2 = 6 \checkmark$$

$$u \quad f_3 + k_3 = 5 \checkmark$$

$$u \quad f_4 + k_1 = 0 \checkmark$$

$$u \quad f_4 + k_4 = 0 \checkmark$$

$$f_1 = 0 \quad k_1 = 4$$

$$f_2 = 2 \quad k_2 = 2$$

$$f_3 = 4 \quad k_3 = 1$$

$$f_4 = -4 \quad k_4 = 4$$

MIN. KOSTA

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 400$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 100$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 500$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 800$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1000$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 500$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 490$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 960$$

$$u \cdot f + v \cdot k = \sum_i \sum_j C_{ij} \cdot X_{ij}$$

d_{ij}

$$d_{11} = 11 \quad d_{22} = 2$$

$$d_{12} = 5 \quad d_{43} = 3$$

$$d_{13} = 10$$

$$d_{23} = 9$$

$$d_{24} = 2$$

$$d_{31} = 1$$

$$d_{32} = 2$$

O.P.

а) Максимум се постигајући 100%

Производња 1 типа са добром квалитетом 340 комада
 Коэффициент $\frac{340}{1000} = 0,34 = 34\%$

Производња 2 и 3 100% квалитетом

Производња 4 типа са добром квалитетом 560 комада

Коэффициент $\frac{560}{960} = 0,583 = 58,3\%$

б)

$$x_{11} = 400; x_{21} = 660; x_{22} = 540; x_{32} = 10; x_{33} = 490$$

укупно производа се \emptyset а трошак се 10230

Израда је се надати могуће са координатом
 од 500 комада ~~макс~~

2.

$$\begin{aligned}
 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 &\geq 50 & -x_5 + x_6 &= 50 \\
 x_1 + x_2 + x_3 &\geq 14 & -x_7 + x_8 &= 14 \\
 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &\leq 35 & & + x_9 = 35
 \end{aligned}$$

$$\text{maximize } z = 60x_1 + 45x_2 + 50x_3 + 50x_4 + 0x_5 + Mx_6 + 0x_7 + Mx_8 + 0x_9$$

C	B	x_0	60	45	50	50	0	M	0	M	0	x_{10}
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	
M	x_6	50	3	3	2	2	-1	1	0	0	0	50/3
M	x_8	14	1	1	1	0	0	0	-1	1	0	14
0	x_9	35	2	3	1	1	0	0	0	0	1	35/3
	z	64M	4M	4M	3M	2M	-M	M	-M	M	0	
	$C - z$		60-4M	45-4M	50-3M	50-2M	M	M	M	-M	0	

C	B	x_{10}	60	45	50	50	0	M	0	M	0	x_{10}
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	
M	x_6	15	1	0	1	1	-1	1	0	0	-1	15
M	x_8	7/3	1/3	0	2/3	-1/3	0	0	-1	1	-1/3	7/2
45	x_2	35/3	2/3	1	1/3	1/3	0	0	0	0	1/3	35
	z	38M/3	4M/3 + 30	15	5M/3 + 10	2M/3 + 15	-M	M	-M	M	-4M/3 + 15	
	$C - z$		56M/3	0	5M/3 + 3	2M/3	M	0	M	0	4M/3 - 15	

$$\frac{42 - 35}{3} = \frac{7}{3}$$

C	B	x_0	60	45	60	50	0	0	0	x_{key}
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
0	x_5	-50	-3	-3	-2	-2	1	0	0	
0	x_6	-14	-1	-1	-1	0	0	1	0	
0	x_7	35	2	3	1	1	0	0	1	
$2x$		0	0	0	0	0	0	0	0	
$C_0 - 2x$		0	60	45	60	50	0	0	0	

C	B	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_{key}
0	x_5	-50	-3	-3	-2	-2	1	0	0	
0	x_6	-14	-1	-1	-1	0	0	1	0	
0	x_7	35	2	3	1	1	0	0	1	
$2x$		0	0	0	0	0	0	0	0	
$C_0 - 2x$		0	60	45	60	50	0	0	0	

C	B	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_{key}
0	x_5	-50	-3	-3	-2	-2	1	0	0	
0	x_6	-14	-1	-1	-1	0	0	1	0	
0	x_7	35	2	3	1	1	0	0	1	
$2x$		0	0	0	0	0	0	0	0	
$C_0 - 2x$		0	60	45	60	50	0	0	0	

C	B	x_0	60	45	40	50	0	M	0	M	0	x_5
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	
M	x_6	$2\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{3}{2}$	-1	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{2}$
40	x_2	$7\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	40
45	x_2	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	21
z			$\frac{M}{2} + \frac{45}{2}$	45	95	$\frac{2M}{2} + \frac{15}{2}$	-M	M	$\frac{3M}{2} + \frac{3}{2}$	$-\frac{3M}{2} + \frac{3}{2}$	$-\frac{M}{2} + \frac{1}{2}$	
$z - 2x_1$			$-\frac{M}{2} + \frac{45}{2}$	0	-10	$-\frac{3M}{2} + \frac{15}{2}$	M	0	$-\frac{3M}{2} + \frac{3}{2}$	$\frac{3M}{2} + \frac{3}{2}$	$-\frac{M}{2} + \frac{1}{2}$	

$$15 - \frac{z}{2} \cdot 1 = \frac{30-z}{2} \quad 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{z}{2} = \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{z}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{z}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{6z}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{z}{2} = \frac{1}{3} \left(\frac{9 \cdot 0 - z}{2} \right) = \frac{63}{2} = \frac{21}{1}$$

$$\frac{6z}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{z}{2} = \frac{z}{3} - \frac{z}{2} = \frac{1}{3} \left(2 - \frac{1}{2} \right) \frac{3z}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{z}{2} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{z}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{z}{2} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{z}{2} + \frac{z}{2} = \frac{2z}{2} = z$$

$$\frac{14+23}{2} = \frac{37}{2}$$

C	B	x_0	60	45	40	50	0	M	0	M	0	x_B
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	
0	x_7	$\frac{23}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	-1	$-\frac{1}{3}$	
40	x_3	40	1	0	1	1	1	$\frac{1}{3}$	0	0	-1	
45	x_2	$\frac{20}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{2}{3}$	
z_c			55	45	40	40	25	$-\frac{5}{3}$	0	0	-10	
$c_B - z_c$			5	0	0	10	25	$\frac{4+5}{3}$	0	M	10	

$$\frac{7}{2} + \frac{\frac{23}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{21+23}{3} \right) = \frac{12}{3} \quad \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 \quad \text{OK}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1 \quad \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \quad -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{21}{2} - \frac{\frac{23}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{63-23}{3} \right) = \frac{20}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 0$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \right)$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{3}$$

$$-\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_5 - \frac{2}{3}x_6 - \frac{2}{3}x_9 \leq -\frac{2}{3}$$

C	B	X ₀	60	45	40	50	0	M	0	M	0	0	X ₃ /
			X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	U ₁	
0	X ₇	23/2	1/3	0	0	1	-2/3	2/3	1	-1	-1/3	0	
40	X ₃	15	1	0	1	1	-1	1/3	0	0	-1	0	45
45	X ₂	20/3	1/2	1	0	0	1/3	-1/3	0	0	2/3	0	
0	X ₁ U ₁	2/3	-1/3	0	0	0	-1/3	-2/3	0	0	-2/3	1	1
Z ₁													
Cost													

$$\frac{20}{3} - \frac{0 \cdot 2}{2} = \frac{20}{3} - \frac{1}{3} = \frac{19}{3}$$

$$\frac{20}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$15 + \frac{2}{3} = 16 \frac{2}{3}$$

$$\frac{20}{3} - \frac{2}{3} = 15 + 2 = 17$$

$$21 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{21}{2} = 10.5$$

$$40 \cdot 15 + \frac{20 \cdot 55}{3}$$

$$40 \cdot 15 + 20 \cdot 15 = 60 \cdot 15 = 900$$

$$60 \cdot 2 + 42 \cdot 6 + 40 \cdot 13 = 120 +$$

Имате уште само една итерација за целобројно решение. Според упатството на местото на **U1** влегува **X1**.